

# Cálculo I - Grupos B y C

Francisco Blanco Ramos  
Dpto. Física Atómica, Molecular y Nuclear  
Despacho: 222, 3ª planta, módulo Sur

## Horario de tutorías

Lunes 12:30 a 13:30  
Miércoles 12:30 a 14:30  
Viernes 12:30 a 13:30

## Horario de clases

<i>Grupo</i>	<i>Días</i>	<i>Horas</i>	<i>Aula</i>
B	L.X	10,30 y 11,30	1
	V	11,30	
C	L.X	17,30 y 18,30	N4
	V	18,30	

## Bibliografía recomendada

Michael Spivak. Cálculo Infinitesimal  
Segunda edición, Editorial Reverté, Barcelona (1996).

J. I. Aranda. Apuntes de Cálculo I  
Depto. Física Teórica II, UCM.

Tom M. Apostol. Cálculus  
Segunda edición, Editorial Reverté, Barcelona (1973)

Manual de fórmulas y Tablas matemáticas.  
McGraw-Hill, serie Schaum

Roland E. Larson, Robert P. Hostetler, Bruce H. Edwards. Cálculo y geometría analítica  
Quinta edición, McGraw-Hill, Madrid (1995).

Sherman K. Stein. Cálculo y geometría analítica  
Tercera edición, Madrid : McGraw-Hill, D.L. (1984).

Serge Lang. Cálculo  
Fondo educativo interamericano, Bogotá(1976)

## **PROGRAMA DE LA ASIGNATURA.**

### **I. El número real.**

1. Introducción
2. Números Naturales, Enteros y Racionales.  
Principio de inducción. Divisibilidad. Ecuaciones Diofánticas.
3. El conjunto  $\mathbb{R}$ 
  - a) Axiomas de Cuerpo y de Orden  
Definición de operaciones y desigualdades básicas.  
Principales propiedades de desigualdades y valor absoluto.
  - b) Axioma del extremo superior.  
Números Irracionales. Numerabilidad en  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{Q}$ .
  - c) Conjuntos importantes en  $\mathbb{R}$ : Intervalos. Entornos. Abiertos. Cerrados.

### **II. Sucesiones y series de números reales.**

1. Límites de sucesiones.  
Concepto de límite. Teorema Boltzано-Weierstrass. Sucesiones de Cauchy.  
Cálculo de límites.
2. Series. Convergencia.
  - a) Criterios para series de términos positivos.
  - b) Criterios para series de términos cualesquiera.

### **III. Funciones de variable real.**

1. Definiciones y propiedades básicas.
  - a) Operaciones con funciones.
  - b) Funciones elementales. Definición. Gráficas. Propiedades.  
Potencias y raíces. Trigonométricas.  
Exponenciales y logarítmicas. Hiperbólicas.
2. Límites y Continuidad.
  - a) Concepto y definiciones de límite.  
Límites laterales. Límites con infinito. Asíntotas.  
Relación entre límites de funciones y límites de sucesiones.  
Propiedades básicas de los límites. Cálculo de límites. Indeterminaciones.
  - b) Continuidad en un punto y en intervalos.
  - c) Continuidad de las funciones elementales.
  - d) Teoremas sobre funciones continuas en intervalos.  
Teorema de Bolzano. Extremos de funciones continuas en Compactos.
  - e) Continuidad uniforme.

#### **IV. Derivación en $\mathbb{R}$**

1. Derivada de funciones  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 
  - a) Concepto y definición de derivada. Derivadas laterales.
  - b) Cálculo de derivadas. Derivadas de las funciones elementales.
2. Teoremas sobre funciones derivables.
  - a) Teoremas de Rolle y del Valor Medio.
  - b) Localización de extremos.  
Caracterización de extremos. Concavidad - convexidad.
3. Representación de funciones.
4. Aplicaciones de la derivada
  - a) Aplicaciones geométricas. Tangentes a curvas.
  - b) Optimización
  - c) Aplicaciones a la física: velocidad y aceleración, tasas de variación, cálculo de errores.
  - d) Cálculo numérico de ceros. Fórmula de Newton.
  - e) Regla de L'Hopital. Cálculo de límites indeterminados.
5. Polinomios de Taylor.
  - a) Teorema de Taylor  
Polinomios de Taylor para algunas funciones.
  - b) Aplicaciones de Polinomios de Taylor: Aproximación de funciones.  
Cálculo de límites indeterminados. Identificación de extremos.
6. Series de funciones y de potencias.
  - a) Radio de convergencia para series de potencias.
  - b) Sucesiones de funciones. Convergencia puntual y uniforme.
  - c) Series de funciones. Criterio de Weierstrass.  
Operaciones con series de potencias. Propiedades.
  - d) Series de Taylor. Funciones analíticas.

#### **V. Integración en $\mathbb{R}$**

1. Integral de Riemann. Principales propiedades.
2. Teoremas fundamentales del Cálculo. Consecuencias.
3. Cálculo de primitivas.
  - a) Integrales inmediatas.
  - b) Técnicas básicas: Integración por partes, Cambio de variables.
  - c) Casos especiales: Funciones racionales.  
Funciones que se transforman en racionales. Algunas funciones irracionales.

4. Aplicaciones de la integral.
  - a) Cálculo de áreas de figuras planas. Cartesianas. Polares.
  - b) Cálculo de volúmenes. Volúmenes de revolución.
  - c) Cálculo de longitud de arcos.
  - d) Valor medio de funciones.
  - e) Aplicaciones físicas: Trabajo, Centros de gravedad. Momentos de inercia.
5. Integrales impropias.
  - a) Intervalos de integración no acotados. Criterios de convergencia.
  - b) Funciones no acotadas. Criterios de convergencia.

## **VI. Introducción al Cálculo en variable Compleja.**

1. Definición de  $C$ . Analogías con  $R^3$  y notaciones binómica y polar.
2. Operaciones básicas y sus propiedades.  
Interpretación geométrica. Ejemplos.
3. Funciones  $C \rightarrow C$ . Representación gráfica.  
Funciones  $R \rightarrow R$ ,  $R \rightarrow C$  y  $C \rightarrow R$  como casos particulares.
4. Definiciones de Límite, Continuidad y Derivada.  
Propiedades básicas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann
5. Sucesiones y series.
  - a) De números complejos. Criterios de convergencia.
  - b) De potencias. Radio de convergencia. Funciones analíticas.  
Funciones exponenciales, trigonométricas e hiperbólicas.

### **Posibles seminarios**

1. Resolución de inecuaciones.
  - a) Una incógnita. Lineales. No lineales. Sistemas de inecuaciones.
  - b) Dos incógnitas. Lineales. No lineales. Sistemas.
2. Polinomios. Operaciones con polinomios y fracciones racionales.  
Divisibilidad. Localización de raíces.
3. Cónicas. Clasificación. Propiedades.
4. Coordenadas polares. Representación de algunas funciones.
5. Otros tipos de aproximaciones polinómicas.
  - a) Interpolación. Fórmulas de Newton y Lagrange. Estimación de errores.
  - b) Ajuste. Aplicaciones prácticas. Aplicaciones teóricas.
6. Integración aproximada.
  - a) Método de los Trapecios y de Simpson. Estimación de errores.
  - b) Series de Taylor.